

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## 1. Nemeuklideszi geometria

Az általános iskolában megismert euklideszi geometriában egy egyenessel egy külső ponton át pontosan egy párhuzamos húzható. Bolyai és Lobacsevszkij a XIX. század elején egymástól függetlenül megalkotta az első nemeuklideszi geometriát, amelyben egy egyeneshez egy rajta kívül fekvő ponton át több párhuzamos is húzható.

Feladata egy matematika tankönyv Geometria c. részének a nemeuklideszi geometriát bemutató fejezetének elkészítése az alábbi leírásnak és a mintának megfelelően. Ehhez használja fel a *nem.txt* UTF-8 kódolású szöveges állományt, valamint a *bolyai.jpg* és a *harom.gif* nevű képeket!

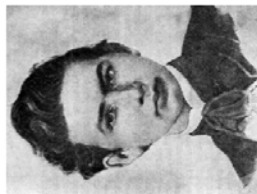
1. Hozza létre szövegszerkesztő program segítségével *nemeukl* nevű dokumentumot a program alapértelmezett formátumában a források felhasználásával! A dokumentumban ne legyenek felesleges szóközök és üres bekezdések!
2. A dokumentum legyen álló tájolású és 17,6×25 cm-es lapméretű! A bal, a jobb, az alsó és a felső margót állítsa 1,5 cm-re!
3. A dokumentum minden karaktere legyen Times New Roman (Nimbus Roman) betűtípusú! Ahol a feladat nem kér mást, a szöveg betűmérete 11 pontos, a bekezdések sorköze egyszeres, a bekezdések előtt 0 pontos, a bekezdések után 6 pontos térköz legyen!
4. A fejezet címe legyen 16 pontos betűméretű, félkövér és dőlt betűstílusú, valamint kövesse 18 pontos térköz! A négy alcím legyen 13 pontos betűméretű, félkövér betűstílusú, előtte 18 pontos, utána 12 pontos térközzel!
5. A főcímet követő bevezető szöveg bal behúzása legyen 2 cm-es, betűstílusa pedig dőlt! Az egyes bekezdések igazítását a mintának megfelelően állítsa be!
6. A mintának megfelelően, a bevezető utáni szövegben az egyes matematikusok vezetéknevének első előfordulását („*Eukleidész*”, „*Bolyai*”, „*Lobacsevszkij*”, „*Saccheri*”, „*Lambert*”, „*Riemann*”, „*Klein*”) állítsa kiskapitális betűstílusúra!
7. A mintának megfelelően alkalmazzon az első alcím alatti részben két bekezdésre felsorolást, a harmadik alcím alatti részben pedig többszintű számozást! A számozott lista elemei között ne jelenjen meg térköz!
8. A nyers szövegben néhány esetben az „*alpha*” szó szerepel az  $\alpha$  szimbólum helyett, továbbá a „*PI*” szó a  $\Pi$ , és a „*pi*” szó a  $\pi$  görög betű helyett. Végezze el a megfelelő cseréket!
9. Szúrja be a mintának megfelelő helyre az oldalarányok megtartásával 4 cm szélesre átméretezve a *bolyai.jpg* képet! A képet igazítsa a bal margóhoz, a képaláírás szövege pedig a mintának megfelelő igazítással, tördeléssel és betűstílussal a „*Bolyai János (1802-1860)*” szöveg legyen!
10. Az utolsó bekezdés utolsó szavához illessze be lábjegyzetként a „*Készítette Hack Frigyes*” szöveget!
11. Szúrja be az utolsó bekezdés után középre igazítva a *harom.gif* képet az oldalarányok megtartásával 12 cm szélesre átméretezve!

A feladat folytatása a következő oldalon található.



[illegible]

### Minta a Nemeuklideszi geometria feladathoz:



*Bolyai János*  
(1802-1860)

Mivel a forgatott egyenes egyre távolabb eszi az AM egyenest, kisellettel nem lehet eljuttatni, az  $\alpha$  szög mlyen értékre kell következnk be az eljuttatás. A két kutató ezt a szöget a párhuzamosság szögének nevezte. Mindketten eljutottak annak felismerésére, hogy a párhuzamossági szög a B pont és az AM egyenes közötti távolság össze függésében van:  $l(\alpha)$

Kettejük munkája között csupán annyi a lényeges különbség, hogy Lucas-eseink azt a definíciót követően szétválasztja a két létezéses esetet az azuk eszűdésit elől hyperbolikus geometria tételét, míg Bolyai a két esetet együtt kezelve a kétféle geometria közös részét. Bolyai a két esetet együtt kezelve a kétféle geometria közös részét. Az abszolút geometria tételét dolgozták ki. Az az eredmény is közismert, hogy a háromszögek szögének összege is aszerint egyenlő vagy kisebb két derékszögnél, hogy a síkja euklideszi vagy hiperbolikus.

A hiperbolikus elvezést a párhuzamos egyenes és a hiperbola ro-  
metriában a párhuzamosok közötti távolság csökken, aszimptoti-  
zoz. Ugyancsak fontos különbséget jelent, hogy a balra forgatott  
párhuzamos nem azonos a jobbra forgatottal.

### Egy harmadik párhuzamosság

Az 5. posztulátum elhagyásával kapott maradék axiómából következik (bizonyítható), hogy a parhuzanosság szöge nem lehet derékszögnél nagyobb, s ennek következménye, hogy a háromszögek szögeinek összege sem lehet két derékszögnél nagyobb. A parallellákra felfokozó teoretikusan SACHCHERI (1667-1733) és Jolann Henrich LAMBERT (1728-1777) eljutottak egy olyan felismerésre, hogy ezt a lehetőséget sem szabad elvetni. Még kell vizsgálni olyan geometriai rendszerek lehetőségét is, amelyekben a szögösszeg nagyobb  $2\pi$ -nél. Mivel ez a maradék axiómák ellenlmond, további axióma(ca) kell megváltoztatni, elhagyni vagy másokkal helyettesíteni.

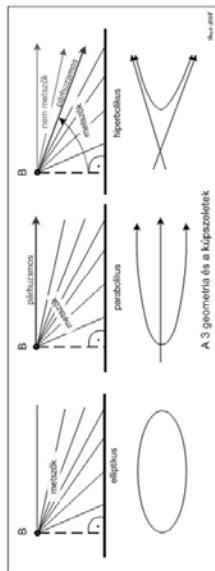
Georg Friedrich Bernhard RIEMANN (1826–1866) két ilyen változtatás lehetőségét mutatta a neg. s ezzel két újabb nemeuclidési rendszert konstruált:

- 1) Egyszeres elliptikus geometria:
  - a) Az egyenes nem választja el egymástól a két félélt pontját.
  - b) Két egyenesnek mindig egy közös pontja.
- 2) Kétszeres elliptikus geometria:
  - a) Az egyenes elválasztja a két félélt pontját.
  - b) Két egyenesnek pontosan két közös pontja van.

Az elliptikus geometria az euklideszi gömbfelületén érvényes szférikus geometriával rokon. A hiperbolikus geometria a pszeudoszféra felületi geometriájával modellezhető.

## A három geometria összehasonlítása

Felix KLEINŐL (1849–1925) származik a háromféle geometria és a képzőletelek nomenklatúrájának összekapcsolása, mely ez utóbbiak ideális pontjának száma és az egyesieshez külső pontból húzható parhuzamosok száma közötti arányokra utal. Ennek nyomán használtuk ezeket a jelzőket az Euklidesz (parabolikus), a Bolyai-Lobacszevszkij (hiperbolikus) és a Riemann (elliptikus) nevezet kapcsolt geometriák megkülönböztetésére.



### A 3 geometria és a küpszövegek